LYCEE DURZY
23 Rue Léonard de Vinci, 45700 Villemandeur
02 38 28 10 50

LOGIQUE COMBINATOIRE

OPERATIONS BOOLEENES OU LOGIQUES

1. Propriétés et opérations élémentaires.

• Commutativité : Pour le ET : $S = a \,.\, b$ peut s'écrire : $S = b \,.\, a$
Pour le OU : $S = a + b$ peut s'écrire : $S = b + a$

• Associativité : Pour le ET : $S = a \,.\, (b \,.\, c)$ peut s'écrire : $S = (a \,.\, b) \,.\, c$
Pour le OU : $S = a + (b + c)$ peut s'écrire : $S = (a + b) + c$

• Distributivité : De la multiplication par rapport à l'addition
$S = a \,.\, (b + c)$ peut s'écrire : $S = (a \,.\, b) + (a \,.\, c)$
De l'addition par rapport à la multiplication
$S = a + b \,.\, c$ peut s'écrire : $S = (a + b) \,.\, (a + c)$

• Complémentation :

a, $\bar{a}$ — & — $S = a \,.\, \bar{a}$

a	$\bar{a}$	S
0	1	0
1	0	0

S = 0
La sortie n'est jamais validée, l'opérateur est inutile

a, $\bar{a}$ — ≥1 — $S = a + \bar{a}$

a	$\bar{a}$	S
0	1	1
1	0	1

S = 1
La sortie est toujours validée, l'opérateur est inutile

• Idempotence :

a, a — & — $S = a \,.\, a$

a	a	S
0	0	0
1	1	1

S = a
L'opérateur n'est pas nécessaire

a, a — ≥1 — $S = a + a$

a	a	S
0	0	0
1	1	1

S = a
L'opérateur n'est pas nécessaire

• Elément neutre :

a, 0 — ≥1 — $S = a + 0$

	a	S
0	0	0
0	1	1

S = a
L'opérateur n'est pas nécessaire

a, 1 — & — $S = a \,.\, 1$

	a	S
1	0	0
1	1	1

S = a
L'opérateur n'est pas nécessaire

• Elément absorbant :

a, 0 — & — $S = a \,.\, 0$

	a	S
0	0	0
0	1	0

S = 0
La sortie n'est jamais validée, l'opérateur est inutile

a, 1 — ≥1 — $S = a + 1$

	a	S
1	0	1
1	1	1

S = 1
La sortie est toujours validée, l'opérateur est inutile

• Résumé :

RESUME		
$S = a \,.\, a$ $S = a + a$ $S = a \,.\, 1$ $S = a + 0$ $\boxed{S = a}$	$S = a \,.\, \bar{a}$ $S = a \,.\, 0$ $\boxed{S = 0}$	$S = a + \bar{a}$ $S = a + 1$ $\boxed{S = 1}$

• Absorption : $S = a + (b \,.\, a)$ se simplifie par : $S = a$
$S = a \,.\, (b + a)$ se simplifie par : $S = a$

• Involution : $S = \bar{\bar{a}}$ se simplifie par : $S = a$
$S = \bar{\bar{\bar{a}}}$ se simplifie par : $S = \bar{a}$

• Inclusion : $S = (a \,.\, b) + (\bar{a} \,.\, b)$ se simplifie par : $S = a$

2. Relations fondamentales.

Comme les opérations élémentaires, ces relations fondamentales permettent des simplifications d'équations logiques.

$$a + \bar{a} \,.\, b \equiv a + b$$
$$a + a \,.\, b \equiv a$$
$$a + b.c \equiv (a + b) \,.\, (a + c)$$

3. Théorème de De Morgan.

• Complémentation d'un produit logique :
Le complément d'un produit logique est égal à la somme logique des facteurs complémentés de ce produit.

$$\boxed{\mathbf{S = \overline{a \,.\, b} = \bar{a} + \bar{b}}}$$

• Complémentation d'une somme logique : Le complément d'une somme logique est égal au produit logique des termes complémentés de cette somme.

$$\boxed{\mathbf{S = \overline{a + b} = \bar{a} \,.\, \bar{b}}}$$